

# Rozdział 2

## Pomiary napięć stałych

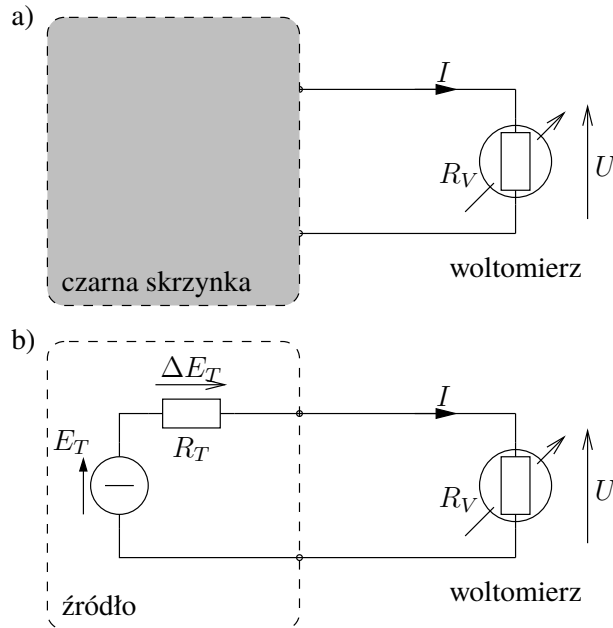
### 2.1 Podstawy teoretyczne

Jednym z podstawowych celów obecnego ćwiczenia będzie pokazanie istoty różnicy między błędem systematycznym pomiaru, wynikającym z metody pobrania wartości wielkości mierzonej, a błędami przypadkowymi, wynikającymi z wielu losowych czynników wpływających na wynik pomiaru. O ile błąd systematyczny można (przy pełnej wiedzy o układzie mierzonym i mierzącym) obliczyć i skorygować, dodając do wyniku pomiaru poprawkę, to dla błędów przypadkowych można jedynie oszacować i podać miarę rozrzutu wyników pomiaru wokół wartości rzeczywistej, czyli tzw. niepewność pomiaru. Zagadnienia szacowania niepewności pomiaru są zbyt skomplikowane, aby przedstawić je w niniejszym skrypcie choćby w zarysie. Dlatego zalecamy, aby Czytelnik zapoznał się najlepiej z całym (szczęśliwie dość cienkim!) skrypcem [1], a w razie braku czasu — co najmniej z rozdziałem 3. skryptu [2].

#### 2.1.1 Błąd metody pobrania wartości wielkości mierzonej i jego szacowanie

Napięcie jest różnicą potencjałów występującą między dwoma zaciskami obwodu. Stałość napięcia oznacza jego niezmiennosc w czasie, co jest na ogół jedynie przybliżeniem warunków rzeczywistości istniejących. Można uznać, że napięcie jest stałe, jeśli jego zmiany w czasie pomiaru są pomijalne, tzn. znacznie mniejsze od niepewności pomiaru. Można również uznać, że napięcie stałe to jego wartość średnia w czasie pomiaru. Oznacza to, że miernik wskaże niezmienną się wartość napięcia (a więc stałą), gdy właściwości miernika powodują uśrednianie napięcia w funkcji czasu. Jest to spowodowane bezwładnością części ruchomej mierników elektromechanicznych lub efektem „całkowania” występującym w obwodach elektrycznych mierników elektronicznych (np. napięcie na pojemności jest proporcjonalne do całki prądu). Taka właściwość miernika powoduje, że składowe zmienne występujące w sygnale mierzonym (np. szumy) nie zakłócają jego pracy.

Napięcie, które chcemy zmierzyć w ćwiczeniu, to siła elektromotoryczna Thévenina  $E_T$  pewnego nieznanego dwójnika liniowego („czarnej skrzynki” przedstawionej na rys. 2.1a), który możemy reprezentować w postaci rzeczywistego źródła napięciowego (por. rys. 2.1b). Ta siła elektromotoryczna jest z definicji równa napięciu na *rozwartych* zaciskach badanego dwójnika, czyli różnicy potencjałów w miejscu pomiaru *przed* dołączeniem miernika, a więc *bez* obciążenia źródła oporem wewnętrznym woltomierza  $R_V$ .



Rys. 2.1: Schemat zastępczy rzeczywistego źródła napięcia stałego obciążonego woltomierzem

Obciążenie źródła woltomierzem powoduje ujemny błąd (tzw. systematyczny) pomiaru napięcia, nazywany *błędem metody pobrania*, którego wartość zależy od stosunku oporu wewnętrznego źródła  $R_T$  do oporu wewnętrznego miernika  $R_V$ .

$$\delta(E_T) = \frac{\Delta(E_T)}{E_T} = \frac{U - E_T}{E_T} = \frac{-R_T I}{(R_T + R_V)I} = -\frac{R_T}{R_T + R_V} = -\frac{1}{1 + R_V/R_T} \stackrel{R_T \ll R_V}{\approx} -\frac{R_T}{R_V}$$

Ostatnie przybliżenie uzasadnione jest faktem, że dla większości pomiarów inżynierskich opór wewnętrzny źródła jest o kilka rzędów wielkości mniejszy od oporu wewnętrznego woltomierza.

W przypadku woltomierza idealnego jego opór wewnętrzny  $R_V$  jest nieskończenie duży. W rzeczywistych woltomierzach wartość oporu wewnętrznego zależy od typu przyrządu i zawiera się w granicach od kilku  $k\Omega$  w przypadku mierników magnetoelektrycznych do nawet  $10\text{ G}\Omega$  w przypadku profesjonalnych woltomierzy laboratoryjnych. Opór wewnętrzny  $R_T$  rzeczywistych źródeł napięcia zmienia się w bardzo szerokich granicach. Opór wewnętrzny profesjonalnych zasilaczy jest rzędu ułamka  $m\Omega$ , opór wewnętrzny baterii i akumulatorów służących do zasilania urządzeń waha się w granicach od kilku  $m\Omega$  do kilku  $k\Omega$ .

Ponieważ przed przystąpieniem do pomiaru nie znamy oporu wewnętrznego źródła  $R_T$ , to nie możemy określić wielkości błędu metody pobrania  $\Delta(E_T)$ , a co za tym idzie, nie możemy uwzględnić poprawki  $P_{E_T} = -\Delta(E_T)$ , która mogłaby wyeliminować wpływ tego błędu na wynik pomiaru. Kilka różnych metod pomiaru oporu wewnętrznego źródła będzie m.in. przedmiotem ćwiczenia 3. Najczęściej jednak nie jest potrzebna znajomość  $R_T$  lecz tylko stwierdzenie, czy wartość ta jest dostatecznie mała w stosunku do oporu wewnętrznego miernika  $R_V$ , tak aby błąd metody pobrania był do zaniedbania w stosunku do niepewności pomiaru.

Poprawny pomiar napięcia bez znajomości oporu wewnętrznego źródła jest możliwy wtedy, gdy wykonamy sprawdzenie, czy zmiana obciążenia obwodu spowodowana dołączeniem miernika jest dostatecznie mała. Sprawdzenie polega na dokonaniu co najmniej dwóch pomiarów napięcia z różniącymi się znacznie wartościami  $R_V$  (dwoma miernikami o znacznie różniących się oporach wewnętrznych). Jeśli wyniki możemy uznać za jednakowe, to wpływ oporu obciążenia  $R_V$  jest pomijalny. Jeśli nie, to wynik pomiaru miernikiem pokazującym wyraźnie mniejsze napięcie (a więc bardziej — wręcz za bardzo — obciążającego źródło) musimy odrzucić jako niewiarygodny.

W przypadku mierników elektromechanicznych wielozakresowych zmiana oporu wewnętrznego następuje zwykle wraz ze zmianą zakresu (opisuje to tzw. *współczynnik dobroci* woltomierza  $\kappa$ , określający stosunek oporu wewnętrznego miernika do jego napięcia zakresowego, np. używany w ćwiczeniu woltomierz LM-3 ma ów współczynnik  $\kappa = 1 \text{ k}\Omega/\text{V}$ ), zaś w przypadku mierników elektronicznych zależność oporu wewnętrznego od zakresu pomiarowego zależy od ich konstrukcji i jest opisana w instrukcji miernika (por. także tab. 2.1).

W przypadkach, gdy zmiany obciążenia obwodu pomiarowego powodowane miernikiem nie są pomijalne, a nie chcemy takiego pomiaru odrzucać, to można wyznaczyć (w dość złożony sposób) napięcie źródła rozwiązując odpowiedni układ równań. Można także zastosować metodę, w której źródło mierzone pozostaje nieobciążone — metodę kompensacyjną.

### 2.1.2 Wyznaczanie SEM i oporu wewnętrznego rzeczywistego źródła napięcia

Istnieje możliwość wyznaczenia siły elektromotorycznej i oporu wewnętrznego źródła rzeczywistego w oparciu o pomiar napięcia na jego zaciskach. W tym celu należy dokonać pomiaru za pomocą dwóch woltomierzy o znacząco różniących się oporach wewnętrznych  $R_{V1}$  i  $R_{V2}$ .

Analitycznie można te dwa pomiary zapisać w sposób następujący, posługując się wzorami na dzielnik napięciowy:

$$U_1 = E_T \frac{R_{V1}}{R_T + R_{V1}},$$

$$U_2 = E_T \frac{R_{V2}}{R_T + R_{V2}},$$

gdzie  $U_i$  oznacza napięcie zmierzone woltomierzem o oporze wewnętrznym  $R_{Vi}$ ,  $i = 1, 2$ .

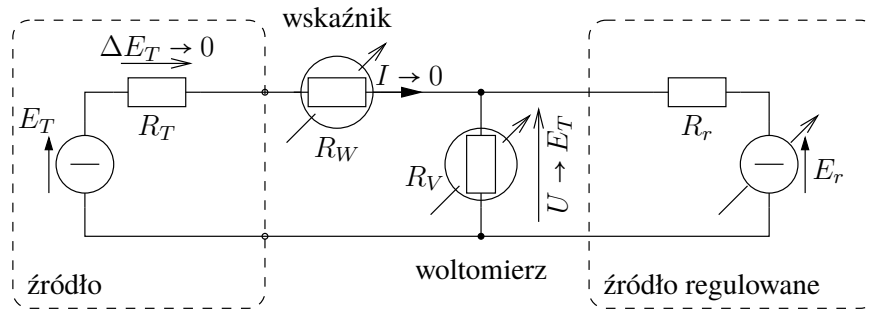
Uzyskaliśmy w ten sposób układ dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi:  $E_T$  i  $R_T$ . Rozwiązaniem tego układu równań są następujące zależności:

$$R_T = R_{V1}R_{V2} \cdot \frac{U_1 - U_2}{R_{V1}U_2 - R_{V2}U_1} \quad (2.1)$$

$$E_T = U_1U_2 \cdot \frac{R_{V1} - R_{V2}}{R_{V1}U_2 - R_{V2}U_1} \quad (2.2)$$

Należy podkreślić, że przeprowadzona powyżej analiza ma charakter deterministyczny — nie uwzględnia niepewności pomiaru napięć  $U_1$  i  $U_2$  oraz niepewności określenia oporów wewnętrznych obu woltomierzy. Zakłada się więc, że różnice wskazań obu woltomierzy są spowodowane wyłącznie przez wpływ ich oporów wewnętrznych. Dlatego też równania (2.1) i (2.2) można wykorzystywać jedynie w przypadku, gdy wskazania woltomierzy różnią się znacząco (przynajmniej o kilkanaście %). Wtedy możemy być pewni, że różnica wskazań jest spowodowana głównie przez występowanie błędów metody pobrania.

### 2.1.3 Metoda kompensacyjna pomiaru napięcia



Rys. 2.2: Układ do pomiaru napięcia metodą kompensacyjną

Metoda kompensacyjna pomiaru napięcia należy do grupy metod zerowych. Stosowany w ćwiczeniu kompensacyjny pomiar SEM  $E_T$  źródła o nieznanym oporze wewnętrznym  $R_T$  polega na porównaniu tego napięcia z napięciem regulowanego rzeczywistego źródła napięciowego  $E_r$  o dowolnym, lecz niezbyt dużym oporze wewnętrznym  $R_r$ , jak przedstawiono na rys. 2.2. Źródło to traktujemy jako źródło wzorcowego napięcia odniesienia (napięcia referencyjnego). Pomiar SEM  $E_T$  polega na takim regulowaniu SEM  $E_r$ , aby wskaźnik pokazał zero.

Formalnie wskaźnikiem równowagi mógłby być mikroamperomierz (o małym oporze wewnętrznym  $R_W$ ), ale wówczas zanim uzyskalibyśmy stan równowagi (kompensacji), mielibyśmy w obwodzie dwa źródła napięciowe  $E_T$  i  $E_r$  o różnych SEM praktycznie zwarte ze sobą (wszystkie wartości oporów  $R_T$ ,  $R_W$  i  $R_r$  byłyby małe). Nie jest to sytuacja pożądana — przypomnijmy, że źródeł napięciowych idealnych (a w praktyce i prawie idealnych) nie można łączyć równolegle — moglibyśmy mieć do czynienia z dużymi prądami, a przy złym ustawieniu ograniczenia prądowego któregoś źródła moglibyśmy nawet je uszkodzić. Dlatego jako wskaźnika zera użyjemy woltomierza (o bardzo dużym oporze wewnętrznym  $R_W$ ). Będzie on pokazywał spadek napięcia na swoim oporze wewnętrznym  $R_W$ , który to spadek napięcia jest oczywiście, zgodnie z prawem Ohma, proporcjonalny do prądu  $I$ . Dlatego doprowadzenie do zerowego wskazania woltomierza oznaczać będzie także zerową wartość prądu  $I$ <sup>1</sup>.

W stanie równowagi, gdy  $I \approx 0$ , spadek napięcia  $\Delta E_T$  na oporze wewnętrznym mierzzonego źródła i spadek napięcia na oporze wewnętrznym wskaźnika  $R_W$ , są zerowe i te opory wewnętrzne przestają mieć jakikolwiek wpływ na pomiar. Zerowy prąd  $I$  oznacza zatem, że zachodzi równość  $E_T = u$ .

Jako regulowane źródło można wykorzystać zasilacz regulowany o SEM  $E_r$  i o oporze wewnętrznym  $R_r$  (z reguły pomijalnie małym). Napięcie wyjściowe regulowane pokrętką zasilacza jest następnie mierzone woltmierzem o dowolnym (niekoniecznie bardzo dużym) oporze wewnętrznym  $R_V$ . Zewnętrzny woltmierz zmierzy to napięcie znacznie dokładniej, niż wskaźnik napięcia ustawianego na zasilaczu. W stanie zrównania napięć z obu źródeł (mierzzonego i regulowanego) wskaźnik (o możliwie jak największej czułości) włączony między

<sup>1</sup>Jako wskaźnik zera można w zasadzie wykorzystać dowolny przyrząd. Wprawdzie ustawianie zerowego wskazania dużo wygodniej wykonuje się na mierniku analogowym, niż na cyfrowym, ale musimy też zadbać o dostatecznie dużą czułość przyrządu (w stanie bliskim pełnej kompensacji prąd płynący przez wskaźnik zera jest *bardzo* mały).

źródłami wskaże zero. Oznacza to, że SEM  $E_T$  badanego źródła jest równa zmierzonemu woltomierzem napięciu  $U$  źródła regulowanego. Jedną z podstawowych zalet metody kompensacyjnej jest to, że po skompensowaniu obwodu nie jest pobierany żaden prąd z badanego źródła napięcia, a więc  $\Delta E \rightarrow 0$ . W efekcie niepewność pomiaru zależy głównie od niepewności granicznej woltomierza oraz od niepewności wynikającej z nieczułości wskaźnika równowagi. Dlatego właśnie wskaźnik równowagi powinien cechować się dużą czułością, a woltomierz — dużą dokładnością.

Na błąd pomiaru metodą kompensacyjną wpływa niedokładność pomiaru napięcia wzorcowego oraz błąd niezrównoważenia (nieczułości) wskaźnika równowagi. Do szacowania granicznej niepewności pomiaru SEM źródła metodą kompensacyjną można zatem wykorzystać następujące wyrażenie:

$$\Delta_g(E_T) \approx \Delta_g(U) + \Delta U_W,$$

gdzie  $\Delta_g(U)$  jest niepewnością graniczną pomiaru napięcia woltomierzem (obliczoną na podstawie jego niepewności czułości i niepewności zera), natomiast  $\Delta U_W$  to najmniejsze napięcie możliwe do odczytania na woltomierzu użytym jako wskaźnik równowagi, odpowiadające wadze najmniej znaczącej cyfry pokazywanej na jego wyświetlaczu w stanie równowagi,

## Zadania sprawdzające

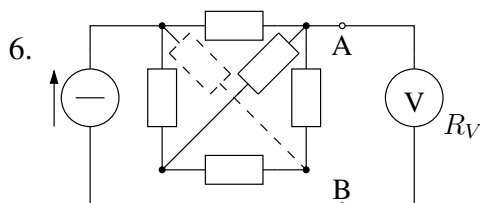
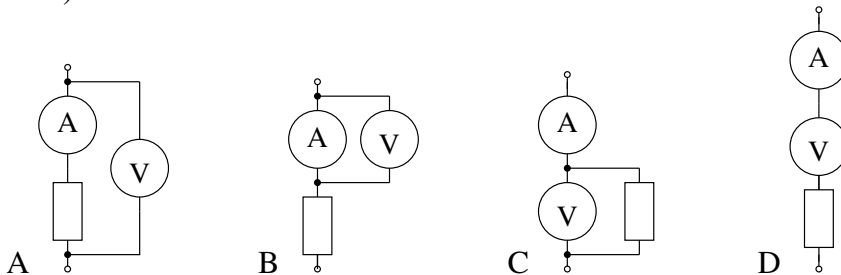
Rozwiązania zadań znajdują się na str. 59.

1. Do czego służy lusterko wbudowane w skalę analogowego miernika wskazówkowego<sup>2</sup>?
  - A do eliminacji błędu zera
  - B do weryfikacji, czy wskazówka nie jest wygięta
  - C do eliminacji błędu paralaksy
  - D do weryfikacji położenia wskazówki w stanie spoczynkowym
  - E do ustawienia przyrządu tak, aby refleksy światła nie przeszkadzały w odczycie
2. Woltomierz analogowy o zakresie pomiarowym od 0 do 10 V ma klasę dokładności  $kl = 2$ . Przy jakim położeniu wskazówki woltomierza niepewność graniczna pomiaru nie przekracza 3% wartości mierzonej?
  - A 9,9 V
  - B 7,7 V
  - C 5,5 V
  - D 3,3 V
  - E 1,1 V
3. Woltomierz cyfrowy o zakresie pomiarowym od 0.00 do 1.99 V ma podaną dokładność pomiaru 2% (wielkości mierzonej) plus jedna cyfra. Przy jakim odczycie woltomierza niepewność graniczna pomiaru nie przekracza 3% wartości mierzonej?
  - A 0,50 V

---

<sup>2</sup>Odpowiedzi na to pytanie należy szukać na stronie 55.

- B 0,70 V  
C 0,90 V  
D 1,10 V
4. Chcąc zmierzyć napięcie rozwarciowe  $E_T$  źródła o oporze wewnętrznym  $50 \Omega$  podłączono do niego woltomierz o oporze wewnętrznym  $50 \text{ k}\Omega$ . Następnie w celu pomiaru prądu zwarcia  $J_N$  tego źródła podłączono do niego amperomierz o oporze wewnętrznym  $20 \text{ m}\Omega$ . Który z tych pomiarów charakteryzuje się mniejszym (co do modułu) błędem systematycznym metody pobrania stanu obiektu badanego?
- A pomiar napięcia  
B pomiar prądu  
C oba pomiary są jednakowo dokładne  
D nie wiadomo, to zależy od zakresu pomiarowego obu przyrządów
5. Do pośredniego pomiaru oporu rzędu  $100 \Omega$  użyto amperomierza o oporze wewnętrznym  $1 \Omega$  i woltomierza o oporze wewnętrznym  $1 \text{ M}\Omega$ , dzieląc odpowiednio wskazania obu przyrządów zgodnie z prawem Ohma. Jak należy połączyć te przyrządy, aby błąd systematyczny metody pobrania stanu obiektu badanego był jak najmniejszy (co do modułu)?



W obwodzie przedstawionym na rysunku linią ciągłą, w którym wszystkie opory wynoszą  $R > 0$ , dokonuje się pomiaru SEM źródła zastępczego dwójnika na lewo od zacisków A–B za pomocą woltomierza o skończonym oporze wewnętrznym  $R_V$ . Jak zmieni się moduł błędu metody pobrania stanu obiektu badanego po dołączeniu do obwodu dodatkowego oporu (także o wartości  $R$ ) narysowanego linią przerywaną?

- A wzrośnie  
B nie zmieni się  
C zmaleje  
D kierunek zmian zależy od stosunku  $R_V/R$
7. W jaki sposób włącza się w obwód pomiarowy amperomierz, a w jaki woltomierz?
- A amperomierz szeregowo z gałęzią, której prąd mierzymy, a woltomierz równoległe do gałęzi, której napięcie mierzymy

- B amperomierz równolegle do gałęzi, której prąd mierzymy, a woltomierz szeregowo z gałęzią, której napięcie mierzymy,
- C oba przyrządy szeregowo z gałęzią mierzoną
- D oba przyrządy równolegle do gałęzi mierzonej
8. Woltomierz idealny użyty do pomiaru SEM źródła rzeczywistego ma opór wewnętrzny:
- A równy  $50 \Omega$
- B równy oporowi wewnętrznemu mierzonego źródła zastępczego
- C zerowy
- D nieskończony



## 2.2 Praca domowa

---

**Zadanie domowe 2.1.** W układzie pomiarowym z rys. 2.1 zastosowano woltomierz analogowy klasy 1 o współczynniku dobroci  $\kappa = 1 \text{ k}\Omega/\text{V}$ . Woltomierz ma zakresy pomiarowe: 1,5 V, 3 V, 7,5 V, 15 V i 30 V. Mierzona wartość SEM  $E_T$  wyrażona w [V] jest liczbowo równa połowie przypisanego studentowi numerowi stanowiska, zaś opór wewnętrzny źródła wynosi  $R_T = 100 \Omega$ . Dla dwóch zakresów pomiarowych:

- a) najniższego zakresu nie powodującego przekroczenia zakresu pomiarowego,
- b) kolejnego (mniej czułego) zakresu



oblicz:

- dokładną wartość błędu metody pobrania  $\Delta E_T$ ,
  - oszacowanie niepewności granicznej pomiaru  $\Delta_g$  wynikającej z klasy przyrządu.
-

---

**Zadanie domowe 2.2.** W układzie pomiarowym z rys. 2.1 zastosowano woltomierz cyfrowy, dla którego producent określił niepewność graniczną pomiaru jako  $2\%$ (wielkości mierzonej) plus dwie cyfry. Opór wewnętrzny woltomierza niezależnie od zakresu pomiarowego wynosi  $10\text{ k}\Omega$ . Woltomierz ma trzy zakresy pomiarowe od zera do:  $1.99\text{ V}$ ,  $19.9\text{ V}$  i  $199\text{ V}$ . Mierzona wartość SEM  $E_T$  wyrażona w  $[\text{V}]$  jest, tak samo jak w poprzednim zadaniu, liczbowo równa połowie przypisanego studentowi numerowi stanowiska, a opór wewnętrzny źródła wynosi również  $R_T = 100\ \Omega$ . Dla dwóch zakresów pomiarowych:

- a) najniższego zakresu nie powodującego przekroczenia zakresu pomiarowego,
- b) kolejnego (mniej czułego) zakresu

oblicz:

1. dokładną wartość błędu metody pobrania  $\Delta E_T$ ,
  2. oszacowanie niepewności granicznej pomiaru  $\Delta_g$  wynikającej z danych producenta przyrządu.
- 

## 2.3 Uwagi dotyczące sporządzania protokołu pomiarowego

Podczas wykonywania ćwiczenia należy na bieżąco wykonywać protokół pomiarowy. Zwracamy uwagę, że zamieszczona na s. 57 formatka stanowi tylko uzupełnienie właściwego protokołu, służące wyłącznie do przyspieszenia jego wykonania, dzięki zamieszczeniu gotowych tabelk wyników pomiarów. Protokół pomiarowy powinien obejmować następujące elementy:

1. **Temat zadania pomiarowego.**
2. **Schemat układu pomiarowego.** Schemat może zawierać zarówno bloki układu pomiarowego (w tym użyte przyrządy, np. zasilacz), jak i elementy schematu ideowego (np. opornik). Dla wielu pomiarów całkowicie wystarcza schemat blokowy. Elementy i wielkości mierzone powinny być odpowiednio zaznaczone (np. strzałka napięcia) i nazwane (np.  $U_1$ ). Można tu odwołać się do numeru odpowiedniego rysunku zamieszczonego w niniejszym skrypcie — samego rysunku nie trzeba oczywiście przerysowywać ze skryptu do protokołu.
3. **Wykaz przyrządów** W wykazie należy umieścić tylko przyrządy faktycznie użyte w danym punkcie ćwiczenia, a nie wszystkie dostępne na stanowisku laboratoryjnym. Powinien on obejmować rodzaj przyrządu (np. woltomierz, typ przyrządu (np. LM-3) i jego numer inwentarzowy (wystarczy końcówka, np. cztery ostatnie cyfry).
4. **Opis eksperymentu** Krótki opis procedury pomiarowej, np. przy pomiarach złożonych opisujemy z jakich pomiarów prostych i wg jakiego wzoru obliczamy wynik, a przy pomiarach prostych — co czym mierzymy i jaką metodą. Jeżeli przebieg eksperymentu jest dokładnie opisany gdzie indziej (np. w niniejszej instrukcji laboratoryjnej), albo wprost wynika ze schematu układu pomiarowego, to nie trzeba w ramach tego punktu niczego pisać w protokole.



5. **Wyniki pomiarów** w postaci tabeli i/lub wykresu. W tym punkcie protokołu można się odwołać do odpowiedniej tabeli z formatki ze s. 57 — samej tabeli nie trzeba oczywiście przepisywać z formatki do protokołu.
6. **Obliczenia.** Przedstawiamy dokładną analizę metrologiczną (w tym rachunek niepewności wyniku pomiaru) jednego wybranego punktu pomiarowego (pozycji tabeli). Wskazane są uproszczenia formy zapisu wzorów w celu zwiększenia ich czytelności. Należy zwracać uwagę na liczbę zapisywanych cyfr znaczących (nie może być ani zbyt mała, ani zbyt duża) i na prawidłowe zaokrąglanie wyników. Precyzja wartości obliczonych zależy od precyzji wyników pomiarów wielkości, które są wykorzystywane do obliczeń. Zasada jest następująca: precyzja wartości obliczonej jest nie lepsza niż najgorsza precyzja spośród wartości zmierzonych wykorzystywanych do obliczeń.
7. **Wnioski.** Wnioski powinny obejmować m.in. wyeksponowanie najważniejszych wyników doświadczenia, porównanie uzyskanych wyników z przewidywaniami teoretycznymi, skomentowanie ew. różnic w stosunku do teorii i wskazanie ew. trudności podczas wykonywania pomiarów, a także wszystkie ważne (zdaniem Wykonawców eksperymentu) uwagi.

### 2.3.1 Wykaz aparatury dostępnej w ćwiczeniu

W niniejszym ćwiczeniu oprócz przyrządów znanych już z poprzedniego laboratorium (zasilacza E3646A, multimetru stacjonarnego 34450A, multimetru przenośnego U1252B i opornika dekadowego OD-1-M6b) będzie wykorzystywany analogowy (wskazówkowy) woltomierz magnetoelektryczny LM-3. Wygląd tego przyrządu został pokazany na rys. 2.3.

Podczas szacowania błędów i niepewności pomiarów wykonywanych w ćwiczeniu będą potrzebne wybrane parametry wykorzystywanych w nim przyrządów pomiarowych. Zostały one dla wygody Czytelnika zebrane w tab. 2.1.

## 2.4 Pomiar prądów i napięć metodą bezpośrednią i pośrednią

1. Włączamy zasilanie zasilacza typu E3646A. Nie dołączając żadnych elementów zewnętrznych do zasilacza ustawiamy na jego wyjściu Output 1 zadane przez prowadzącego wartości napięcia wyjściowego oraz ograniczenia prądowego.

W tym celu, identycznie jak w poprzednim ćwiczeniu, po wybraniu numeru wyjścia (1) wybieramy zakres Low dla napięć 0–8 V lub High dla napięć 8–20 V. Następnie po przyciśnięciu klawisza Display Limit za pomocą pokrętła regulacji (i przycisku wyboru regulowanej wielkości Voltage/Current) ustawiamy żadaną wartość odpowiednio napięcia bądź prądu. Po zakończeniu ustawiania ponownie naciskamy przycisk Display Limit.

Ustawione wartości napięcia i prądu zapisujemy w protokole pomiarowym.

2. Nie zmieniając ustawień zasilacza łączymy układ pomiarowy zgodnie ze schematem pokazanym na rys. 2.4 (identyczny jak w poprzednim ćwiczeniu). Do pomiaru napięcia



Rys. 2.3: Widok woltomierza magnetoelektrycznego LM-3

wykorzystujemy multimetr 34450A (zaciski V modułu), a do pomiaru prądu — multimetr ręczny U1252B (zaciski W modułu). Opornik dekadowy dołączamy do zacisków R<sub>d</sub> modułu i ustawiamy na nim wartość oporu podaną przez prowadzącego. Wartość tę zapisujemy w protokole.

3. Dokonujemy pomiaru napięcia  $U$  (woltomierzem) i *bezpośredniego prostego* pomiaru prądu  $I$  (amperomierzem — por. rys. 1.16). Wyniki tych pomiarów odnotowujemy w protokole. Następnie dokonujemy *pośredniego złożonego* pomiaru prądu, obliczając go z prawa Ohma:

$$I_{\text{obl}} = \frac{U}{R_d}$$

Przeprowadzamy analizę niepewności wyniku pomiaru dla zmierzonej (bezpośrednio) wartości prądu  $I$  (wyznaczamy  $\Delta(I)$ ) oraz obliczonej (czyli zmierzonej pośrednio) wartości prądu  $I_{\text{obl}}$  (wyznaczamy  $\Delta(I_{\text{obl}})$ ) metodą różniczki zupełnej, biorąc pod uwagę fakt, że wygodniej jest to uczynić posługując się niepewnościami *względny*mi) — w protokole pomiarowym powinny znaleźć się wzory użyte do analizy niepewności dla obu przypadków. Czy obie wartości prądu zgadzają się ze sobą w granicach niepewności pomiarowych?

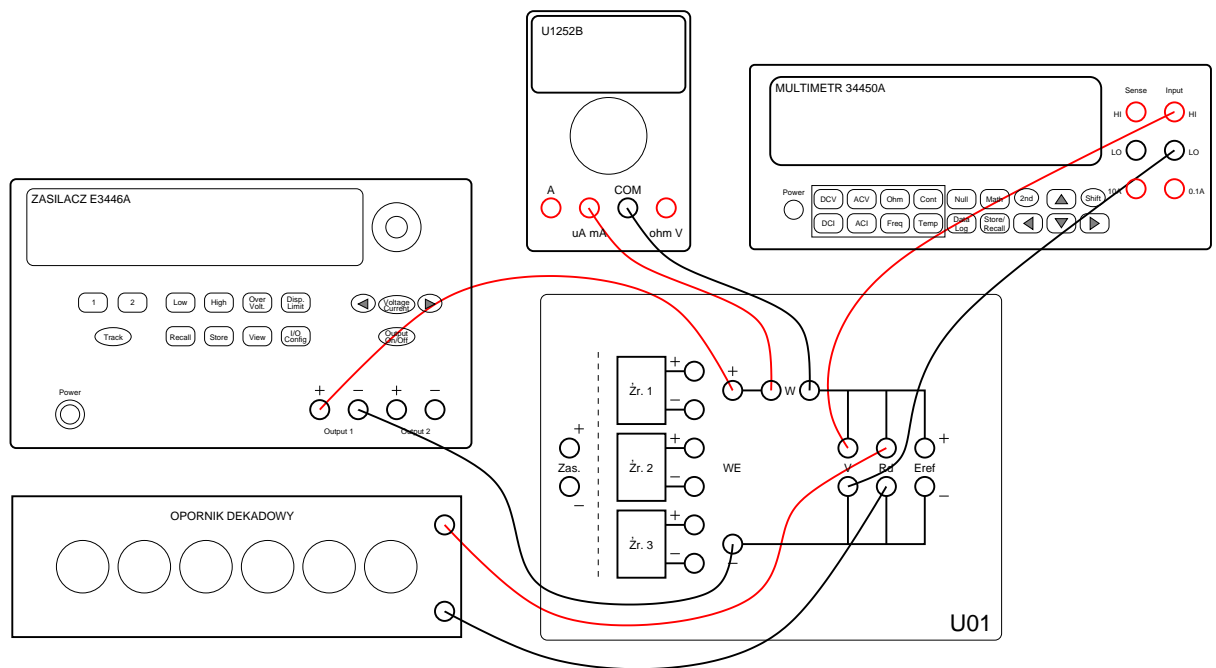
Tabela 2.1: Podstawowe parametry przyrządów pomiarowych wykorzystywanych w ćwiczeniu

Typ	Rodzaj przyrządu	Niepewność graniczna $\Delta_g$	Opór wewnętrzny
LM-3	Woltomierz magnetoelektryczny analogowy	$\Delta_g(U) = 0,01 \cdot kl \cdot U_{zakr}$ , gdzie $kl = 0,5$	$R_V = \kappa \cdot U_{zakr}$ , gdzie $\kappa = 1 \text{ k}\Omega/\text{V}$
34450A	Multimetr cyfrowy pracujący jako woltomierz napięcia stałego	$\Delta_g(U) = \delta_{cz} \cdot  U  + \delta_0 \cdot U_{zakr}$ , gdzie $\delta_{cz} = 1,5 \cdot 10^{-4}$ i $\delta_0 = 0,5 \cdot 10^{-4}$	$R_V = 10 \text{ M}\Omega$ na zakresach powyżej 1 V
U1252B	Multimetr cyfrowy pracujący jako woltomierz napięcia stałego	$\Delta_g(U) = \delta_{cz} \cdot  U  + \delta_0 \cdot U_{zakr}$ , gdzie $\delta_{cz} = 5 \cdot 10^{-4}$ na zakresie 50 mV i $\delta_{cz} = 2,5 \cdot 10^{-4}$ na zakresach 500 mV, 1000 mV, 5 V i 50 V, zaś $\delta_0 = 10 \cdot 10^{-4}$ na zakresie 50 mV i $\delta_0 = 1 \cdot 10^{-4}$ na pozostałych w/w zakresach	$R_W = 10 \text{ M}\Omega$
U1252B	Multimetr cyfrowy pracujący jako miliamperomierz prądu stałego	$\Delta_g(I) = \delta_{cz} \cdot  I  + \delta_0 \cdot I_{zakr}$ , gdzie $\delta_{cz} = 5 \cdot 10^{-4}$ na zakresach 500 $\mu\text{A}$ i 5000 $\mu\text{A}$ , $\delta_{cz} = 15 \cdot 10^{-4}$ na zakresach 50 mA i 500 mA, zaś $\delta_0 = 1 \cdot 10^{-4}$	$R_A = 100 \Omega$ na zakresach 500 $\mu\text{A}$ i 5000 $\mu\text{A}$ , $R_A = 1 \Omega$ na zakresach 50 mA i 500 mA
OD-1-M6b	Opornik dekadowy	$\Delta_g(R_d) = 5 \cdot 10^{-4} \cdot R_d$	$R_d$ — wartość nastawiona

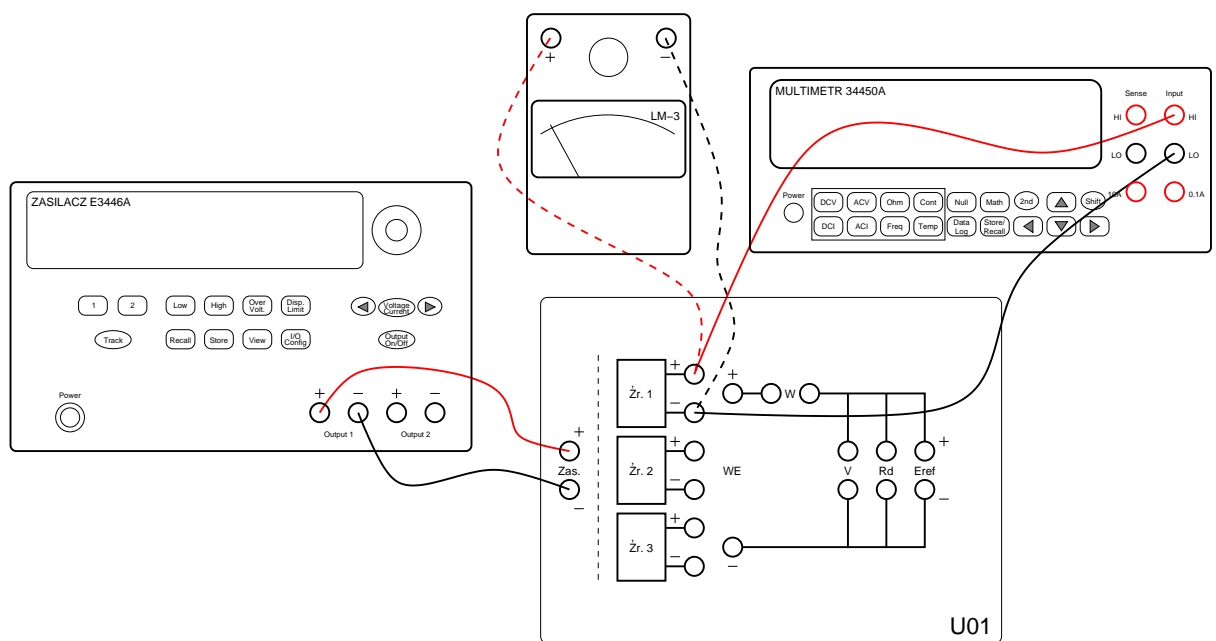
## 2.5 Pomiar SEM źródła rzeczywistego i wyznaczenie jego oporu wewnętrznego

W tej części ćwiczenia dokonamy pomiarów napięć wyjściowych trzech źródeł o różnym oporze wewnętrznym za pomocą dwóch różnych woltomierzy, a także szacowania błędu metody pobrania i niepewności pomiaru.

1. Przy odłączonych (nieaktywnych) wyjściach zasilacza, ustawiamy na jego obu wyjściach (Output 1 i Output 2) zadane przez prowadzącego wartości napięcia wyjściowego oraz ograniczenia prądowego. Ustawione wartości napięć i prądów zapisujemy w protokole pomiarowym.
2. Wykorzystując kable z wtykami bananowymi łączymy układ pomiarowy zgodnie z rys. 2.5 (tylko linie ciągłe). Jako zasilacz i multimetr cyfrowy (pracujący jako woltomierz napięcia stałego) wykorzystujemy te same przyrządy, co w poprzednim punkcie. Upewniamy się, że na wyświetlaczu multimetru typu 34450A nie jest pokazywany symbol Hi-Z, oznaczający, że jego opór wewnętrzny został skonfigurowany na ponad 10 G $\Omega$  zamiast na pożądane w ćwiczeniu 10 M $\Omega$ . Jeśli napis ten pojawia się, należy poprosić prowadzącego o odpowiednie skonfigurowanie przyrządu.



Rys. 2.4: Schemat połączeń do pomiaru prądów i napięć metodą bezpośrednią i pośrednią



Rys. 2.5: Schemat układu pomiarowego do pomiaru napięcia różnymi woltmierzami

3. Uaktywniamy wyjścia zasilacza i mierzymy napięcie na zaciskach źródła  $\dot{z}_r. 1$ , a następnie (odpowiednio przełączając kable woltomierza) także na zaciskach źródeł  $\dot{z}_r. 2$  i  $\dot{z}_r. 3$ . Wyniki pomiarów zapisujemy w odpowiednich tabelkach formatki, wraz z oszacowaniem granicznej niepewności wyników tych pomiarów, wynikającej z niepewności czułości i niepewności zera.
4. Odłączamy od układu multimetr cyfrowy i dołączamy do pierwszego źródła analogowy woltomierz magnetoelektryczny typu LM-3 (połączenie to pokazano na rys. 2.5 linią przerywaną), ustawiony wstępnie na zakres 30 V. Mierzimy napięcie na zaciskach źródła  $\dot{z}_r. 1$ , dobierając możliwie najbardziej czuły zakres woltomierza LM-3, na którym jeszcze nie nastąpi przekroczenie zakresu przez mierzone napięcie. (uwaga! — po ustawieniu tego zakresu nie będziemy go już przy pomiarach kolejnych źródeł zmieniać). Ustawiony zakres pomiarowy zapisujemy w protokole. Przy odczycie napięcia staramy się uniknąć błędu paralaksy, patrząc *jednym* okiem na wskazówkę w ten sposób, aby pokryła się ona ze swoim odbiciem w lusterku przyrządu. Następnie (ponownie odpowiednio przełączając kable woltomierza) mierzymy napięcia także na zaciskach źródeł  $\dot{z}_r. 2$  i  $\dot{z}_r. 3$ . Wyniki pomiarów również zapisujemy w tabelkach formatki, wraz z oszacowaniem granicznej niepewności wyników tych pomiarów, wynikającej z klasy przyrządu.

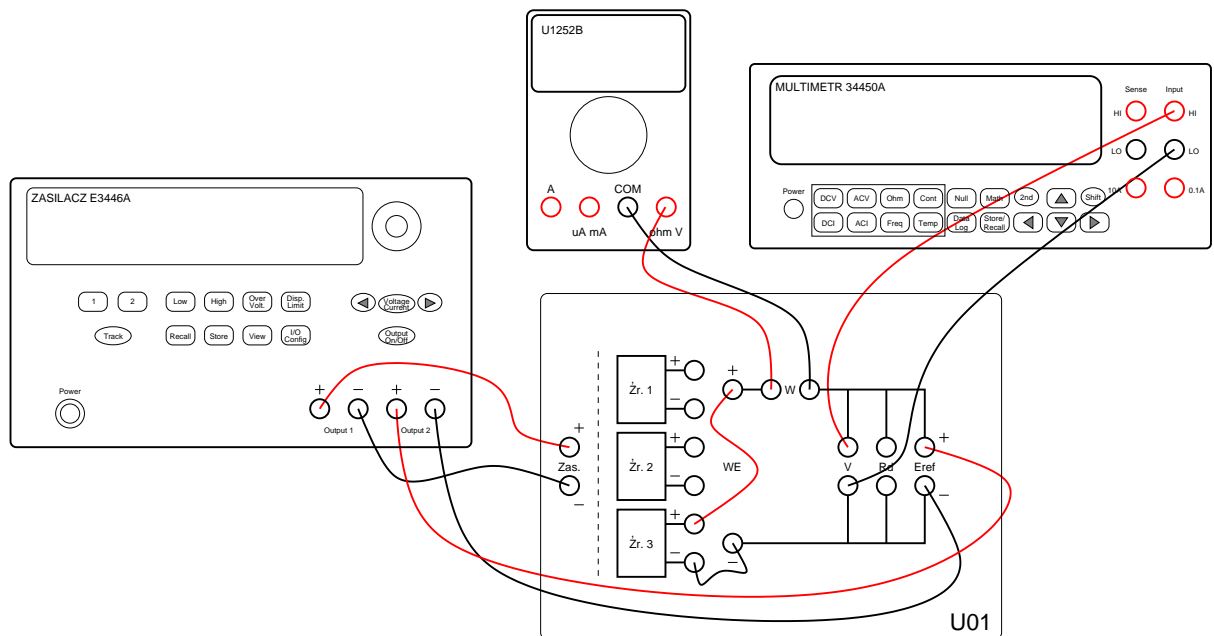
Jak mają się różnice wyników pomiarów wykonanych różnymi woltomierzami do niepewności tych wyników? Co można na podstawie otrzymanych w tym punkcie wyników powiedzieć o rzędzie wielkości oporu wewnętrznego źródeł  $\dot{z}_r. 1$ ,  $\dot{z}_r. 2$  i  $\dot{z}_r. 3$ ?

5. Tabelkę w formacie uzupełniamy o wyznaczoną na podstawie tab. 2.1 wartość oporu wewnętrznego  $R_V$  obu woltomierzy. Na podstawie uzyskanych wyników pomiarów wyznaczamy zgodnie ze wzorem 2.1 opór wewnętrzny źródła  $\dot{z}_r. 2$ .
6. Określamy, w których przypadkach (tzn. dla których źródeł i dla którego woltomierza błąd metody pobrania stanu układu jest zanedbywalnie mały. Ponieważ błąd metody pobrania nie powinien być dominujący, więc w pozostałych przypadkach trzeba zastosować inną metodę. Alternatywną metodą pomiaru jest metoda kompensacyjna, która będzie tematem punktu 2.6.

## 2.6 Pomiar napięcia metodą kompensacyjną

1. W niniejszym punkcie wykonamy pomiar SEM źródła  $\dot{z}_r. 3$  (jak pamiętamy z poprzedniego punktu, był to najtrudniejszy przypadek pomiarowy ze względu na błąd metody pobrania) metodą kompensacyjną. W tym celu po wyłączeniu wyjść zasilacza budujemy układ pomiarowy pokazany na rys. 2.6, wykorzystując:
  - zasilacz typu E3446A (ustawiony identycznie jak w poprzednim punkcie — nie wyłączamy przyrządu ani nie zmieniamy jego nastaw!),
  - przenośny multimetr cyfrowy typu U1252B (ustawiony jako woltomierz napięcia stałego) jako wskaźnik zera
  - stacjonarny multimetr cyfrowy typu 34450A (także ustawiony jako woltomierz napięcia stałego).

Zwróćmy uwagę, że na module pomiarowym U01 regulowane źródło napięcia odniesienia, które w tekście powyżej i na rys. 2.2 oznaczane było jako  $E_r$ , reprezentowane jest symbolem  $E_{ref}$ .



Rys. 2.6: Schemat układu pomiarowego do pomiaru napięcia metodą kompensacyjną

- Zmieniając precyzyjnie ustawienia napięcia na wyjściu Output 2 zasilacza staramy się sprowadzić wskazanie wskaźnika zera do jak najmniejszej wartości. Wówczas z woltomierza odczytujemy napięcie  $U$ , równe SEM mierzonego źródła.
- Wyznaczamy niepewność graniczną tego pomiaru wynikającą z parametrów zastosowanego woltomierza. Porównujemy ten wynik z otrzymanymi w poprzednim punkcie wynikami pomiaru napięcia na źródle  $\dot{Z}r. 3$ . Wyjaśniamy ew. rozbieżności uzyskanych wyników.

Formatka zamieszczona na końcu niniejszego rozdziału z rozmysłem nie zawiera tabelki wyników pomiarów dla tego punktu — samodzielne wykonanie tej tabelki jest elementem ćwiczenia.

- W sprawozdaniu oceniamy (tylko jakościowo) wpływ na wynik pomiaru i na niepewność pomiaru następujących czynników:
  - niepewność graniczna woltomierza,
  - opór wewnętrzny woltomierza,
  - niepewność graniczna wskaźnika zera,
  - opór wewnętrzny wskaźnika zera,
  - czułość wskaźnika zera.
- Czy użycie woltomierza analogowego LM-3 zamiast woltomierza cyfrowego 34450A dałoby mniejszą, czy większą niepewność pomiaru? Dlaczego?

<i>Stanowisko:</i>	<i>Imię i NAZWISKO</i>	<i>Kierunek studiów (AR/IN)</i>	<i>Ocena</i>
<i>Ćwiczenie:</i> <b>POEL</b> <b>2</b>			
<i>Temat:</i> <b>Pomiary napięć stałych</b>			<i>Podpis prowadzącego (czytelny)</i>
			<i>Data (D.M.R) i godz. rozpoczęcia</i>

## Pomiar prądów i napięć metodą bezpośrednią i pośrednią

Zadane przez prowadzącego wartości napięcia wyjściowego, ograniczenia prądowego i oporu opornika dekadowego:

$$U_{wy1} = \quad V$$

$$I_{max1} = \quad mA$$

$$R_d = \quad \Omega$$

Zmierzone wartości napięcia i prądu:

$$U = \quad V \quad \Delta(U) = \quad V$$

$$I = \quad mA \quad \Delta(I) = \quad mA$$

$$I_{obl} = \quad mA \quad \Delta(I_{obl}) = \quad mA$$

# Pomiar SEM źródła rzeczywistego i wyznaczanie jego oporu wewnętrznego

Zadane przez prowadzącego wartości napięć wyjściowych i ograniczeń prądowych:

$$U_{wy1} = \quad V \quad U_{wy2} = \quad V$$
$$I_{max1} = \quad mA \quad I_{max2} = \quad mA$$

Tabela 2.2: Wyniki pomiarów napięcia źródła  $\dot{z}_r. 1$

Typ	Napięcie zmierzone $U$ [V]	Napięcie zakresowe $U_{zakr}$ [V]	Niepewność graniczna $\Delta_g$ [V]	Opór wewnętrzny $R_V$ [M $\Omega$ ]
34450A				
LM-3				

Tabela 2.3: Wyniki pomiarów napięcia źródła  $\dot{z}_r. 2$

Typ	Napięcie zmierzone $U$ [V]	Napięcie zakresowe $U_{zakr}$ [V]	Niepewność graniczna $\Delta_g$ [V]	Opór wewnętrzny $R_V$ [M $\Omega$ ]
34450A				
LM-3				

Tabela 2.4: Wyniki pomiarów napięcia źródła  $\dot{z}_r. 3$

Typ	Napięcie zmierzone $U$ [V]	Napięcie zakresowe $U_{zakr}$ [V]	Niepewność graniczna $\Delta_g$ [V]	Opór wewnętrzny $R_V$ [M $\Omega$ ]
34450A				
LM-3				



## Bibliografia

- [1] Jerzy Arendarski. *Niepewność pomiarów*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 2006.
- [2] Andrzej Zatorski, Ryszard Sroka. *Podstawy metrologii elektrycznej*. Wydawnictwa AGH, Kraków, 2011.
- 

## Rozwiązania zadań sprawdzających

1. prawidłowa odpowiedź: C
2. prawidłowe odpowiedzi: A, B
3. prawidłowa odpowiedź: D
4. prawidłowa odpowiedź: B
5. prawidłowa odpowiedź: C
6. prawidłowa odpowiedź: C
7. prawidłowa odpowiedź: A
8. prawidłowa odpowiedź: D